

# Bauvermessung

Grundvorlesung im  
BA-Studiengang  
Bauingenieurwesen

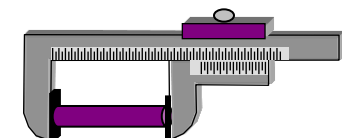
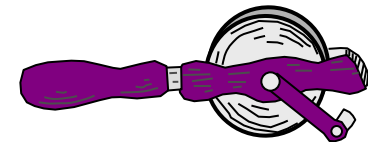
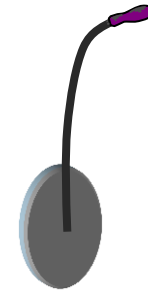
Prof. Dr.-Ing. H.-J. Przybilla

Quellen: Resnik/Bill: Vermessungskunde für den Planungs-, Bau- und Umweltbereich  
Witte/Schmidt: Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen

# Distanzmessung



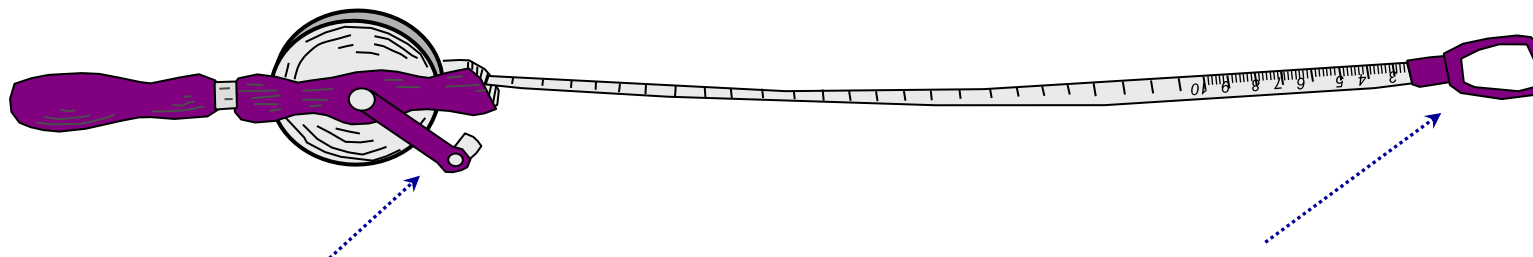
Verfahren	Qualität	Genauigkeit
<b>Ortung, Einfache Berechnungen</b>		
Schrittmaß	grob	m / 100m
Marschzeit	grob	1 km
Messrad	grob	dm / 100m
<b>Geodäsie</b>		
Messband	genau	cm / 100m
Optische Geräte	genau	cm-dm / 100m
Elektrooptische	genau -	mm-cm / 100m
Distanzmessung	sehr genau	
<b>Mess- und Regeltechnik</b>		
Schieblehre	sehr genau	mm- $\mu$ m / dm
Skalenmikroskope	sehr genau	$\mu$ m / dm
Interferometer	sehr genau	$\mu$ m / dm



# Messband

Das Messband ist ein Gerät zur mechanischen Längenmessung, das aus einem Stahlband mit Längenteilung besteht und zum Transport auf einen Aufrollrahmen aufgerollt wird.

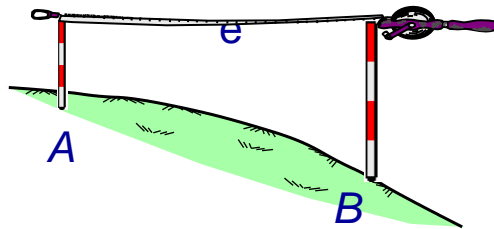
Typ :	Leinen	Länge:	20 m
	Stahl		30 m
	Stahl mit Kunststoffummantelung		50 m
	Invar		100 m



Durch eine umklappbare Kurbel lässt sich das Messband auf einen Rahmen aufrollen

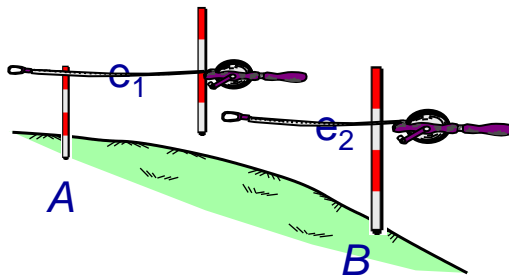
Die Teilung beginnt entweder ca. 10 cm hinter dem Beschlag auf dem Band oder am Beschlag selbst

# Streckenmessung mit Messband



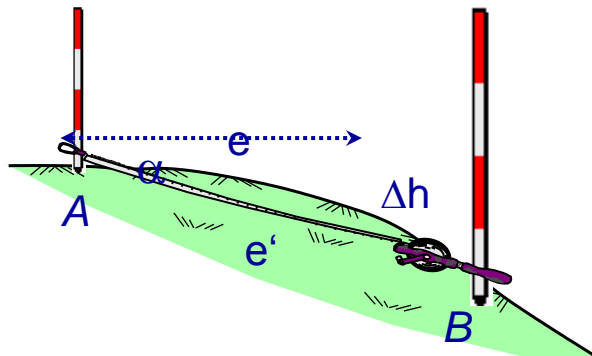
## *Längenmessung mit freihängendem Messband*

Das vordere Ende des Messbandes wird nach Augenmaß bis in die Horizontale angehoben.



## *Staffelmessung*

Die Strecke wird in kleinere horizontal messbare Abschnitte geteilt.



## *Längenmessung mit aufliegendem Messband*

Die Strecke wird mit dem aufliegenden Messband gemessen und später in die Horizontale reduziert.

# Messband – Reduktion schräger Strecken



- Die Reduktion der schräg gemessenen Strecke in die Horizontale ergibt sich wie folgt:

- mit dem Höhenwinkel  $\alpha$ : 
$$e = e' \cdot \cos \alpha$$

- mit dem Höhenunterschied  $\Delta h$ : 
$$e = \sqrt{e'^2 - \Delta h^2}$$

- Für Überschlagsrechnungen gilt die folgende Näherungsformel:

$$e \approx e' - \frac{\Delta h^2}{2e'}$$

# Reflektorlose Distanzmessung



1994 stellte Leica mit DISTO den ersten elektronischen Handstreckenmesser vor. Das Messsystem ist aufgrund der reflektorlosen Streckenmesstechnik weit mehr als ein Ersatz für das Messband.





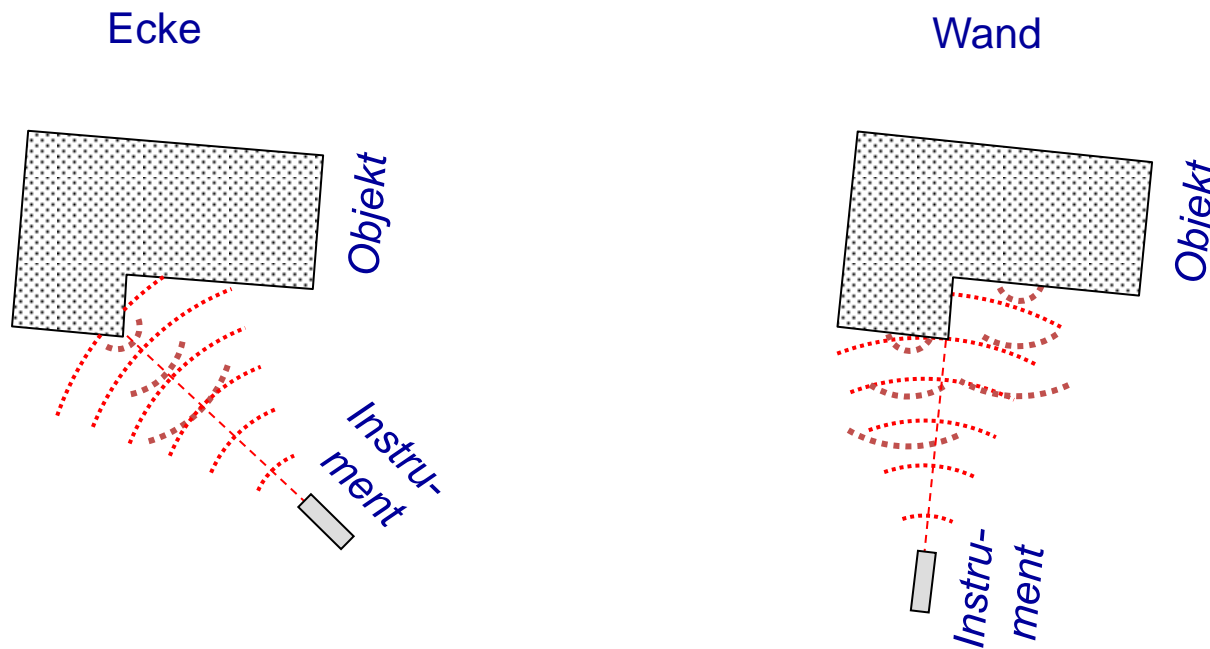
Die wesentlichen Vorteile gegenüber dem Messband sind:

- 1-Personen-Messsystem,
- präzisere Messungen ( $s = 1$  bis  $10$  mm auf  $50$  m),
- gefahrlose Messung von Raumhöhen bzw. schwer zugänglichen Abschnitten (Verkehrs- und Wasserflächen usw.),
- automatische Speicherung der Messwerte und Berechnung von Flächen und Volumina,
- umfangreiches Zubehör (Visiereinrichtungen, Zieltafeln usw.) für spezielle Messaufgaben, wie Baumhöhen und große Entfernungen.

# Reflektorlose Distanzmessung



Die Reichweite und die Genauigkeit der reflektorlosen Distanzmessung hängt erheblich von der angemessenen Oberfläche, den meteorologischen Bedingungen und der Objektform ab.



# Messgenauigkeit

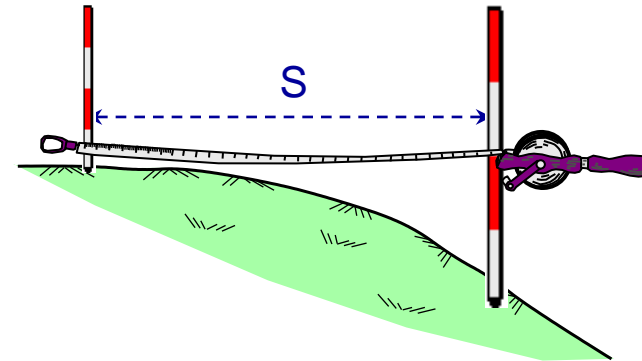
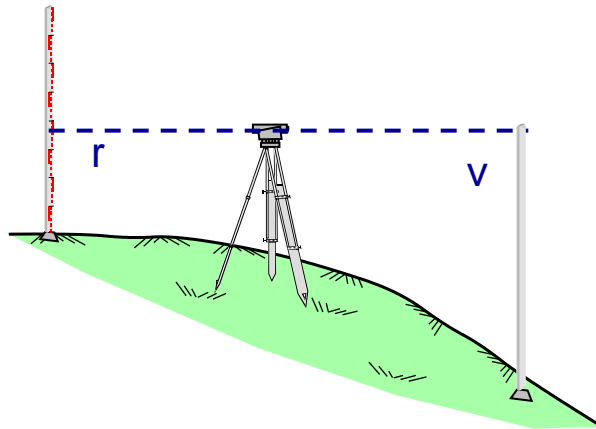
Eine Messung dient der quantitativen Bestimmung von Größen.

Alle Messungen sind mit Messfehlern, besser Messunsicherheiten, behaftet.

Die Messunsicherheiten hängen ab:

- vom Messgerät und dem Messverfahren,
- den Bedingungen des Messraumes und
- den Fertigkeiten des Messenden.

# Ursachen von Fehlern und Abweichungen



Die Messung beeinträchtigende Einflüsse lassen sich folgendermaßen unterscheiden:

**Grobe Fehler** - Wirken einmalig

**Systematische Abweichungen** - Wirken regelmäßig  
Sie können es positiv oder negativ beeinflussen

**Zufällige Abweichungen** - Wirken unregelmäßig  
Sie können es positiv und negativ beeinflussen

# Messfehler

- **Grobe Fehler**

Sie stehen in keinem Zusammenhang mit der Messgenauigkeit und sind durch Messungskontrollen in jedem Fall zu vermeiden, z.B. Meterfehler.

- **Systematische Fehler**

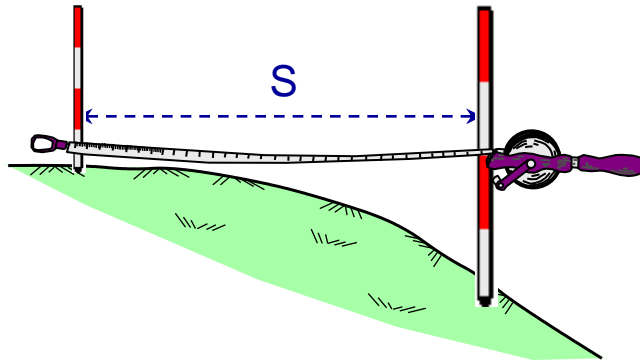
Ursachen sind gleichsinnig wirkende Unzulänglichkeiten bei der Messung, z.B. Ausdehnung eines Stahlmessbandes bei Sonneneinstrahlung. Durch geeignete Messungsanordnungen, Kalibrierung der Messgeräte und Anbringen von Korrekturen sind sie zu eliminieren.

- Zufällige Fehler

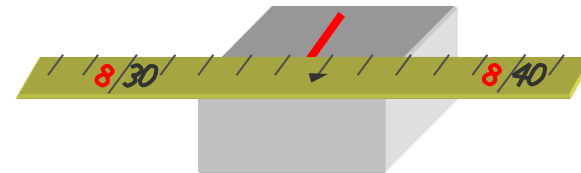
Ursachen sind Unvollkommenheit der Messinstrumente, Unsicherheiten des Beobachters und Bedingungen des Messraumes. Sie treten positiv und negativ in etwa gleicher Häufigkeit auf und sind unvermeidbar. Durch Wiederholungsmessungen, Mittelbildung sowie Überbestimmung der Messelemente lassen sich die Einflüsse reduzieren.

Carl Friedrich Gauß führte als Genauigkeitsmaß für geodätische Messungen den „mittleren zu fürchtenden Fehler“ oder kurz **mittleren Fehler  $m$**  ein. Dem mittleren Fehler entspricht in der mathematischen Statistik die **empirische Standardabweichung  $s$** .

# Distanzmessungen



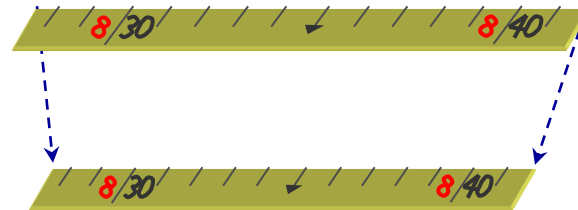
Zufällige Abweichungen



8,34 oder 8,35 ?

Systematische Abweichungen

Herstellung  $t_0 = 20^\circ\text{C}$

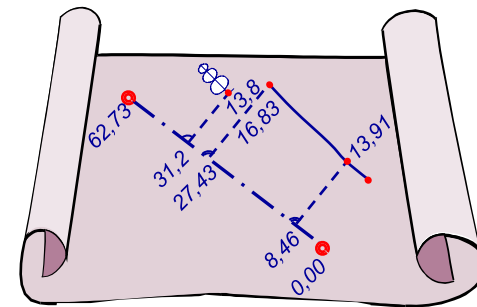


Messung  $t = -5^\circ\text{C}$

Systematische Verfälschung  $k_t = \alpha (t - t_0) S$

8,36 statt 8,34 !

Grobe Fehler



8,46 statt 8,36 !!!

# Berechnung der Streuungsmaße



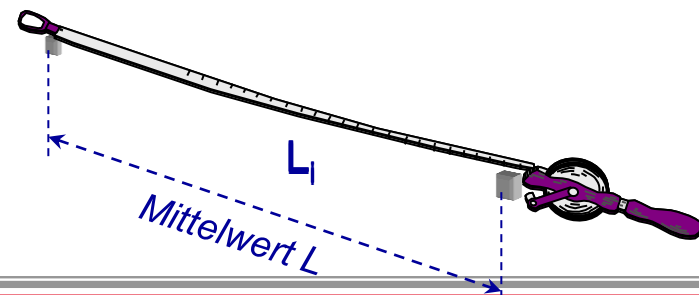
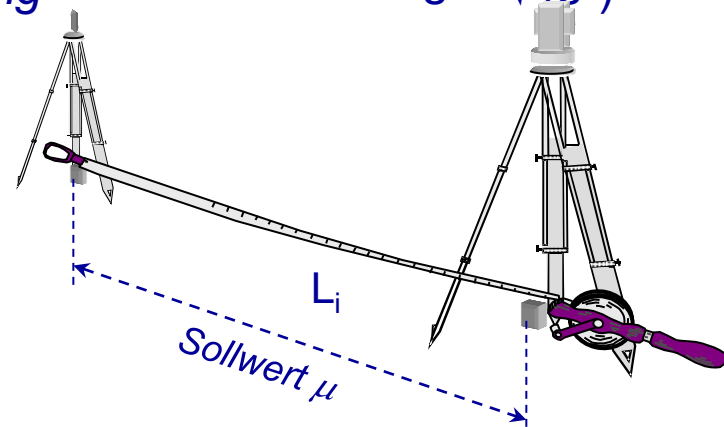
Für eine begrenzte Zahl von Messungen werden die empirische Varianz bzw. Standardabweichung ermittelt:

*Empirische Varianz*  $s^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (l_i - \mu)^2$

*Empirische Standardabweichung*  $s = \sqrt{s^2}$

Gelegentlich wird das Ergebnis einer sehr genauen Messung zur Beurteilung von weniger genauen Messungen als quasi-wahrer Wert angenommen.

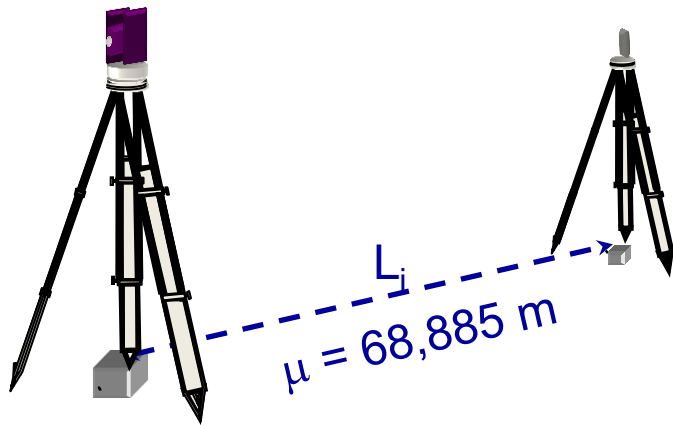
In anderen Fällen wird das arithmetische Mittel aus vorhandenen Beobachtungen als wahrer Wert verwendet.



# Berechnung der Streuungsmaße



Zur Kalibrierung wurde die Länge einer genau bekannten Eichstrecke mehrfach gemessen. Die Genauigkeit einer Messung ist abzuschätzen.



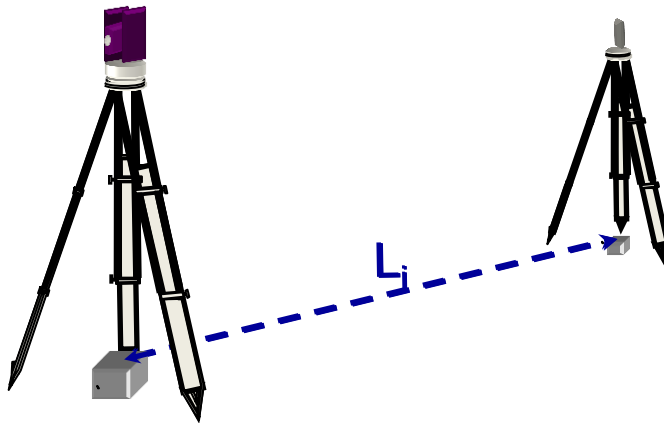
$$s = \sqrt{\frac{\sum(L_i - \mu)^2}{n}} = \pm 2,7 \text{ mm}$$

Messwerte $L_i$ (m)	$L_i - \mu$ (mm)	$(L_i - \mu)^2$ (mm <sup>2</sup> )
68,885	0	0
68,888	3	9
68,885	0	0
68,886	1	1
68,879	-6	36
68,887	2	4
68,884	-1	1
Summe	-1	51

# Berechnung der Streuungsmaße



Die Länge einer Strecke wurde mehrfach gemessen. Die Genauigkeit des Mittelwertes ist abzuschätzen.



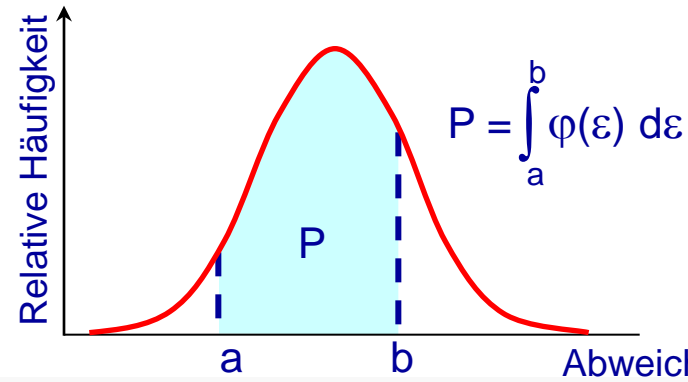
Mittelwert:

$$L = \frac{1}{n}(L_1 + L_2 + \dots + L_n) = 68,885$$

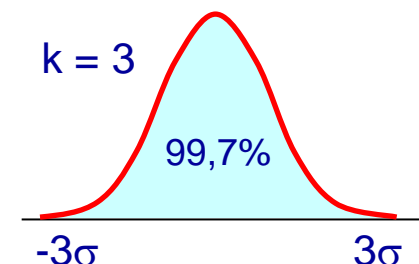
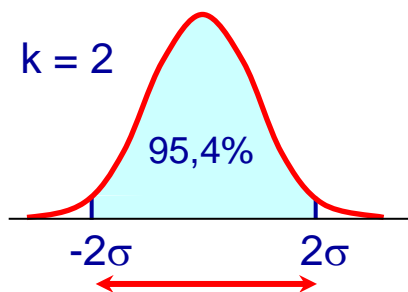
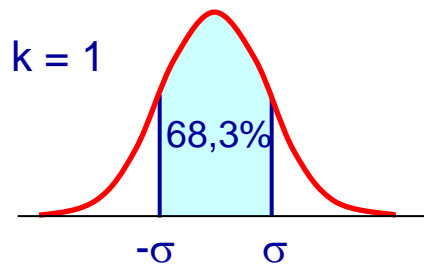
Messwerte $L_i$ (m)	$L_i - L$ (mm)	$(L_i - L)^2$ (mm <sup>2</sup> )
68,885	0	0
68,888	3	9
68,885	0	0
68,886	1	1
68,879	-6	36
68,887	2	4
68,884	-1	1
Summe:	0	51

$$s = \sqrt{\frac{\sum(L_i - L)^2}{n - 1}} = \pm 2,9 \text{ mm}$$

# Fehlergrenzen geodätischer Messungen



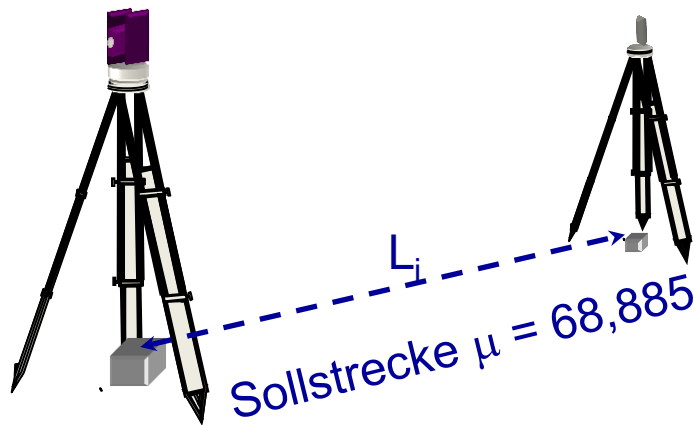
Wählt man als Grenzen das Vielfache von der Standard-abweichung, so kann mit bestimmter Sicherheit behauptet werden, dass die ermittelten Abweichungen innerhalb von diesen Grenzen liegen.



Vertrauensbereich:  
 $(\mu - 2 \cdot \sigma) < l_i < (\mu + 2 \cdot \sigma)$

# Fehlergrenzen - Zahlenbeispiel

Die Länge einer genau bekannten Eichstrecke wurde mehrfach mit einem kalibrierten Tachymeter ( $\sigma = 1$  mm) gemessen. Grobe Fehler sind festzustellen.



Messwerte $L_i$ (m)	$L_i - \mu$ (mm)
68,885	0
68,888	3
68,885	0
68,886	1
<b>68,879</b>	<b>-6</b>
68,887	2
68,884	-1
Summe	-1

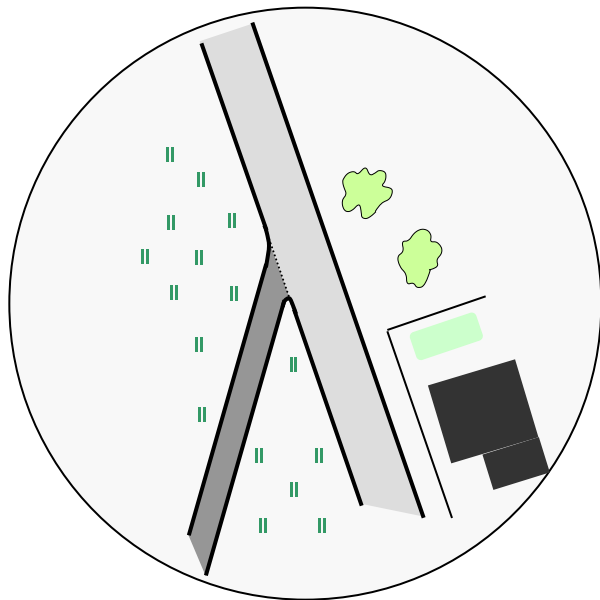
*Grober Fehler*

$k$	S%	$\pm k\sigma$ (mm)
3	99,7	3

$$68,882 < L < 68,888$$

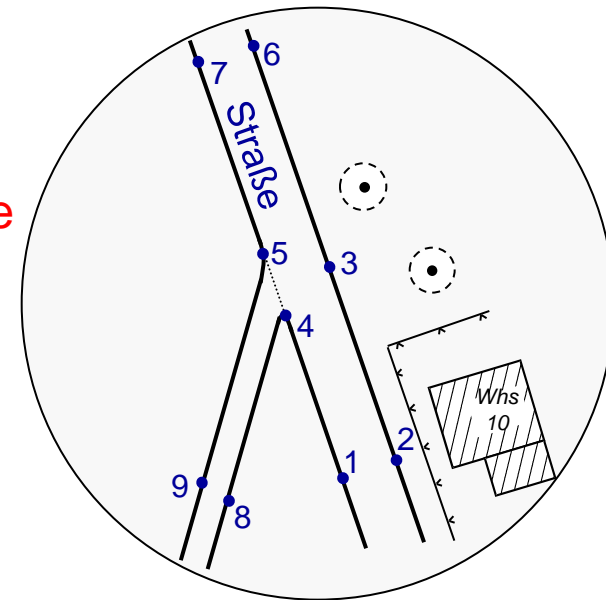
# Aufmessung örtlicher Gegebenheiten

Bei Lagevermessungen werden die räumlich liegenden Punkte, Linien, Flächen oder Körper in die Horizontalebene projiziert und zweidimensional eingemessen.



*Realität*

Detailaufnahme



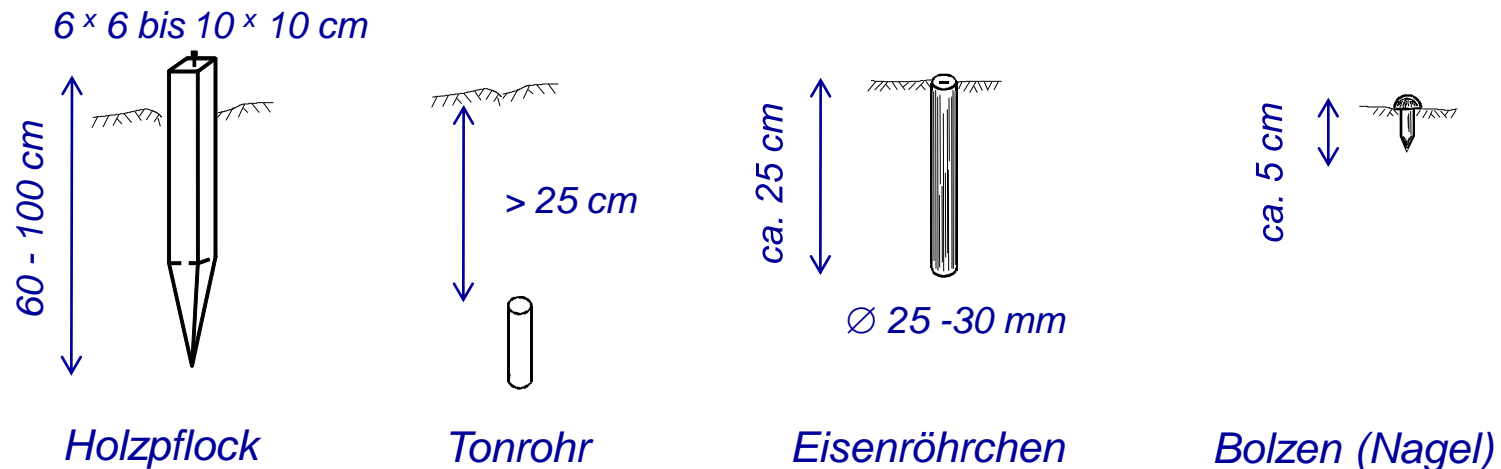
*Abbildung*

*cm-Genauigkeit: Fluchtstäbe, blankes Auge*

*mm-Genauigkeit: Nägel etc., Fernrohr*

# Dauerhafte Vermarkung

Die Detailaufnahme kann nicht nur von den wenigen Festpunkten der amtlichen Lagenetze durchgeführt werden. Deswegen müssen in der Regel einige zusätzliche Punkte im Gelände sichtbar vermarktet werden.

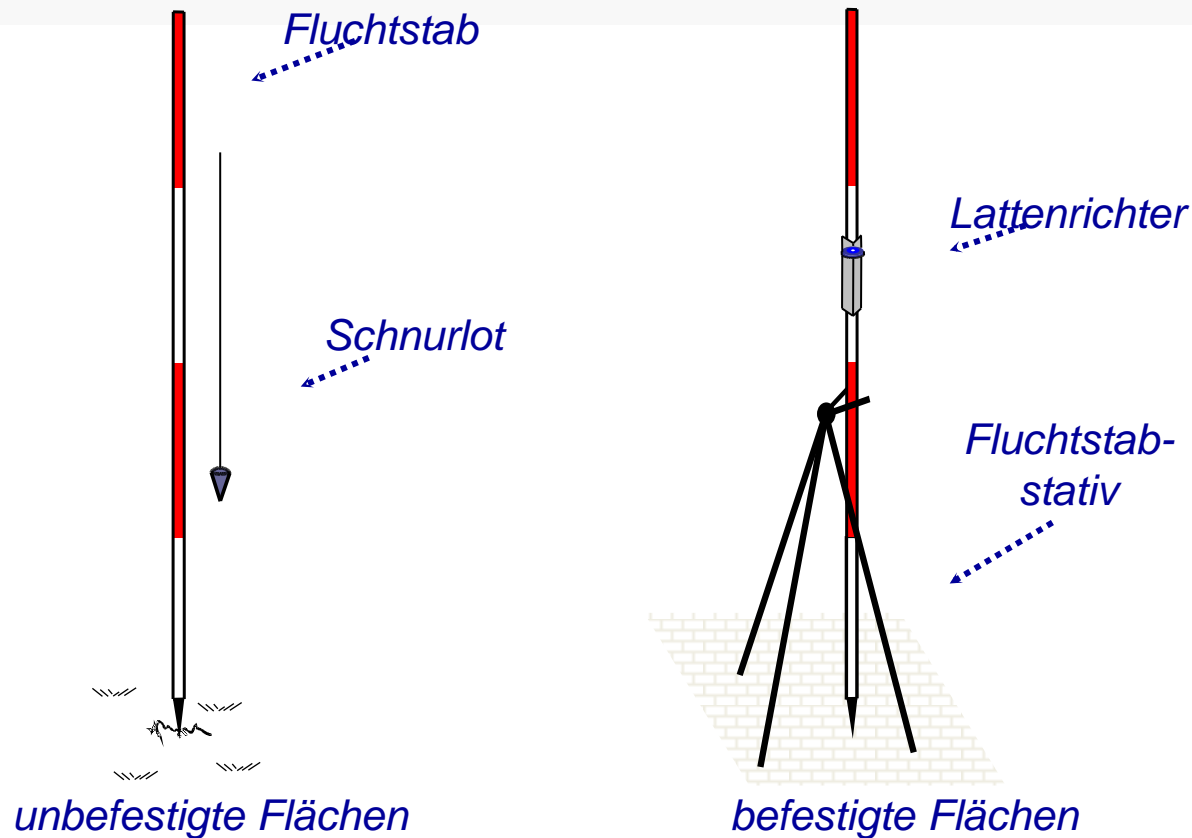


Die Vermarkungsart hängt von der erforderlichen Genauigkeit und Bodenbefestigung ab.

# Signalisieren von Vermessungspunkten



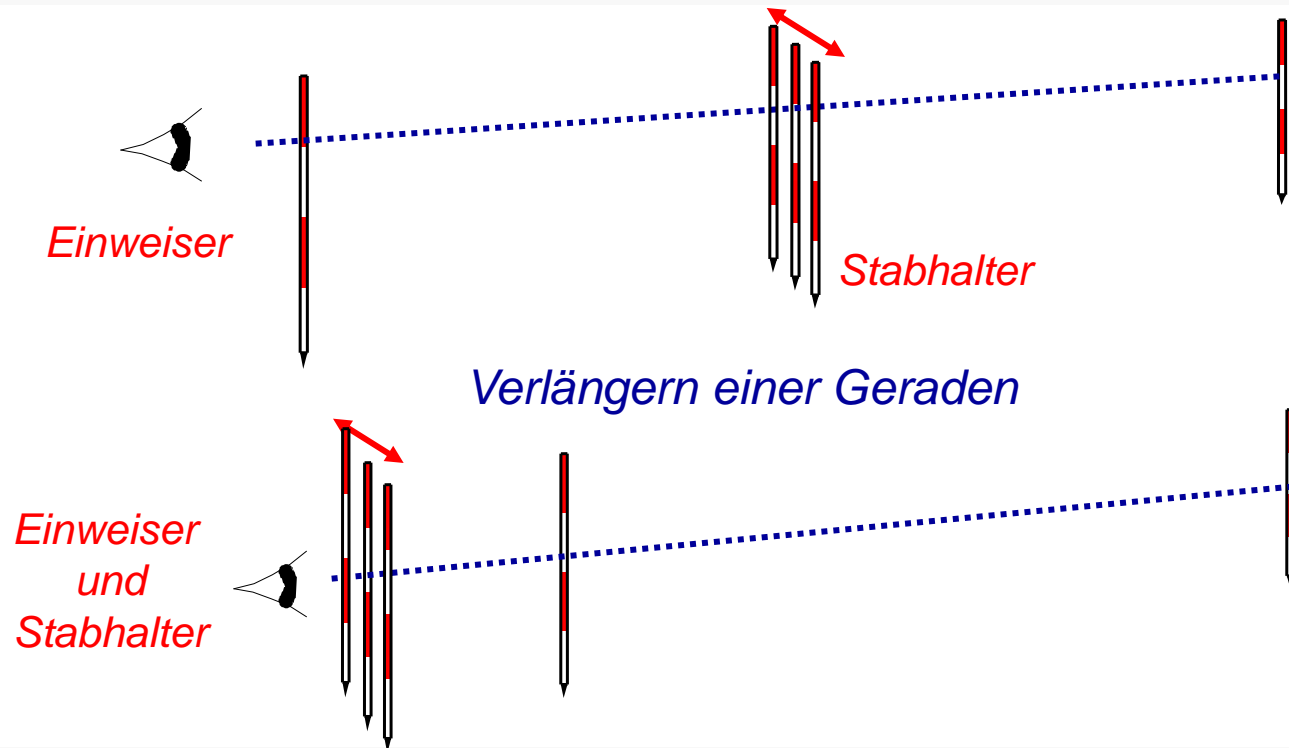
Vorübergehende Markierungen kennzeichnen einen Punkt für die Dauer eines Messvorganges, d.h. in der Regel für einige Stunden oder einen Tag.



# Einfluchten von Punkten einer Geraden



Das Einfluchten von Punkten in eine Gerade ist eine grundsätzliche vermessungstechnische Aufgabe.



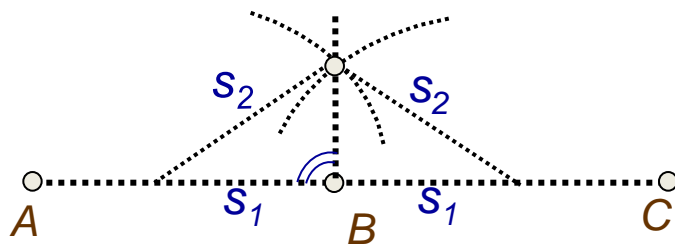
Der Einsatz eines Fernrohrs ist sinnvoll, wenn lange Geraden abgesteckt werden sollen oder bei kurzen Strecken höhere Genauigkeiten verlangt werden.

# Absetzen des rechten Winkels

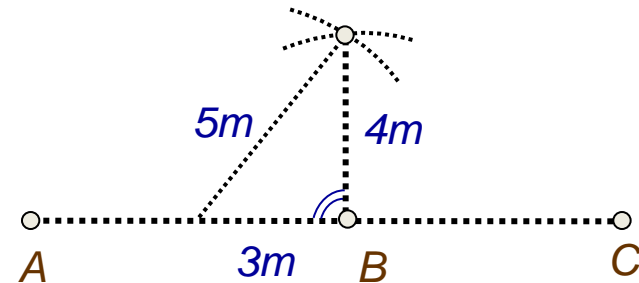


Der rechte Winkel spielt in der Praxis eine ganz besondere Rolle und kann je nach der gewünschten Genauigkeit mit verschiedenen Instrumenten realisiert werden.

*Mit einem Messband  
(Bogensschlag)*



*Mit einem Messband  
(3-4-5-Methode)*

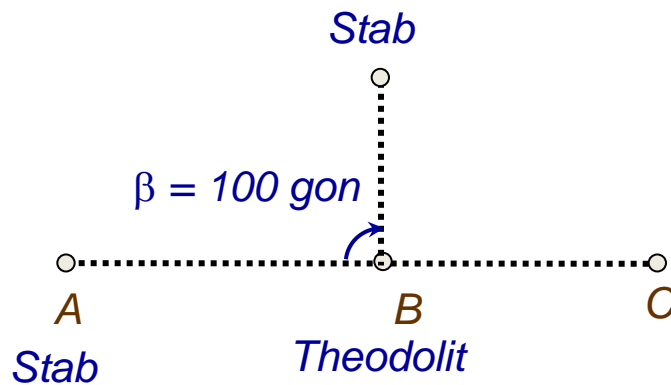


# Absetzen des rechten Winkels

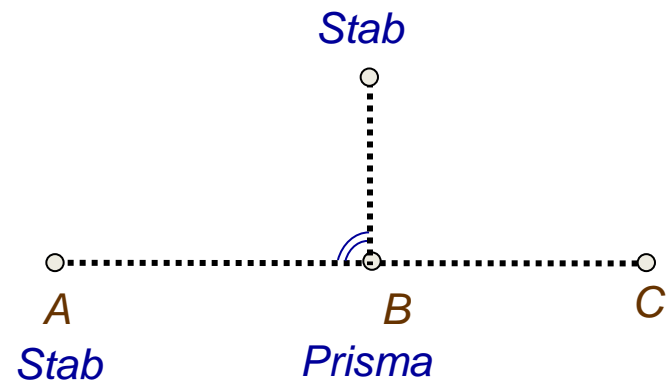


Der rechte Winkel spielt in der Praxis eine ganz besondere Rolle und kann je nach der gewünschten Genauigkeit mit verschiedenen Instrumenten realisiert werden.

*Mit einem Theodolit*

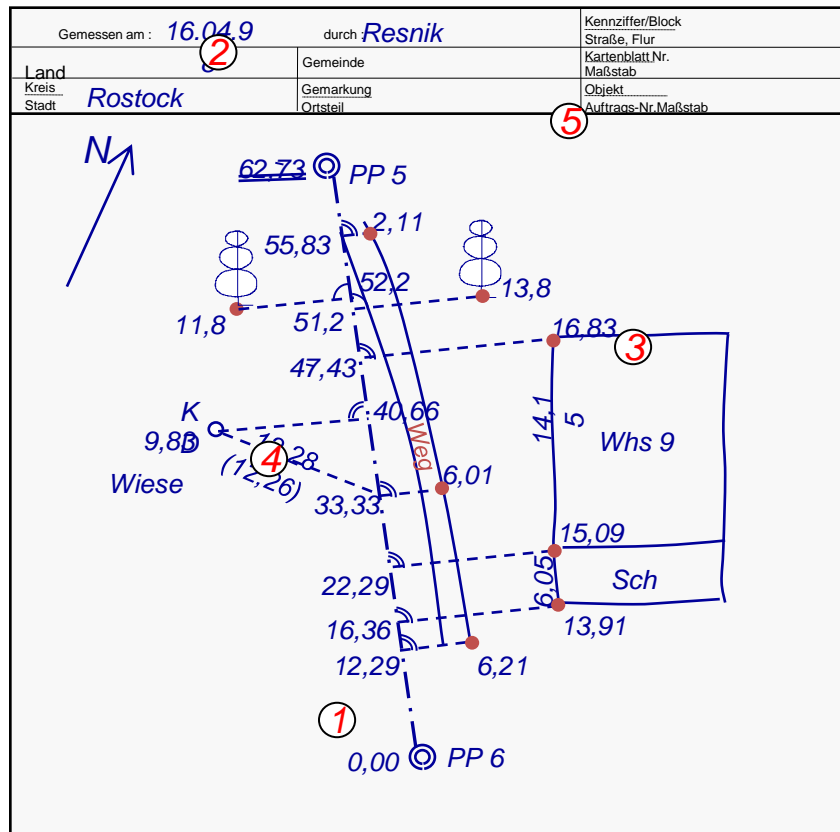


*Mit einem Doppelprisma*



# Führen von Feldskizzen

Beim Orthogonal- und Einbindeverfahren werden die Maßzahlen nach vorgegebenen Regeln in die Feldskizzen eingetragen.



1 Anfang der Messungslinie

2 Endmaß der Messungslinie

3 Gebäudeeinmessung

4 Strebe zur Verprobung des rechten Winkels

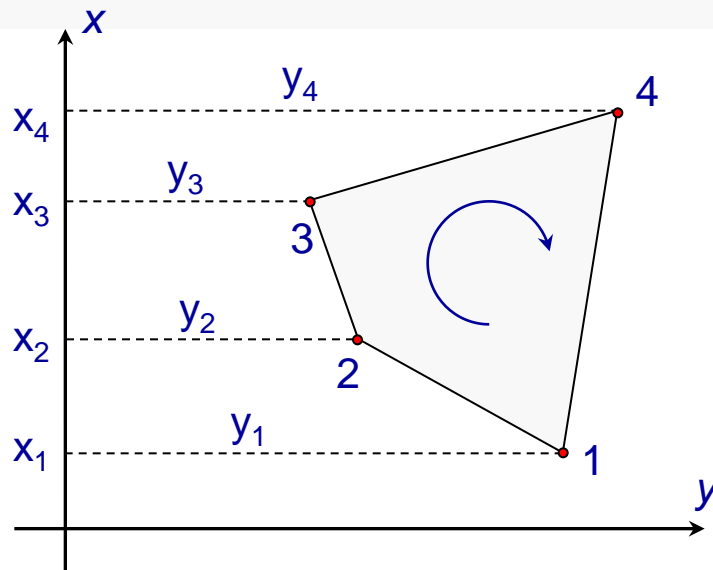
5 Einmessung eines topographischen Gegenstandes

# Flächenberechnung aus Koordinaten



Liegen für die zu berechnenden Flächen in den Eckpunkten jeweils Koordinaten vor, so ergibt sich der Flächeninhalt nach der Gaußschen Trapezformel

$$2F = \sum_1^n ((x_i - x_{i+1}) \cdot (y_i + y_{i+1}))$$

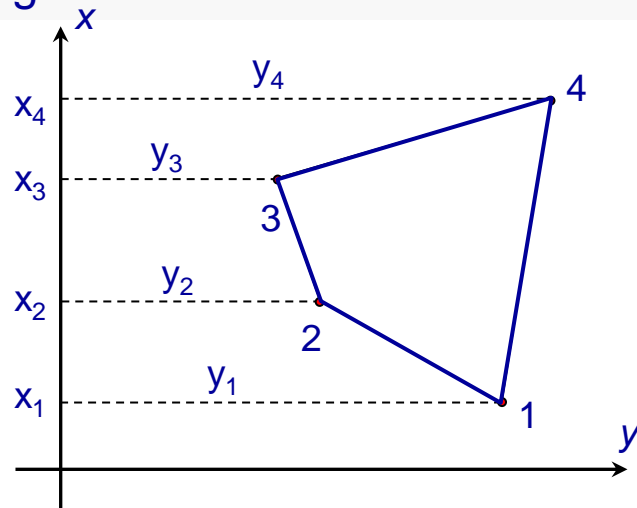


$$2F = (x_1 - x_2) \cdot (y_1 + y_2) + \\ (x_2 - x_3) \cdot (y_2 + y_3) + \\ (x_3 - x_4) \cdot (y_3 + y_4) + \\ (x_4 - x_1) \cdot (y_4 + y_1)$$

Bei der Berechnung ist es sehr wichtig, auf die richtige Durchnummerierung der Eckpunkte zu achten, um wirklich die gewünschte Fläche und keine sonstige Figur zu berechnen.

# Gaußsche Dreiecksformel

Die **Gaußsche Dreiecksformel** kann aus der Trapezformel abgeleitet werden und liefert somit die gleichen Ergebnisse.



$$2F = \sum_1^n ((x_i - x_{i+1}) (y_i + y_{i+1}))$$



$$2F = \sum_1^n x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1})$$

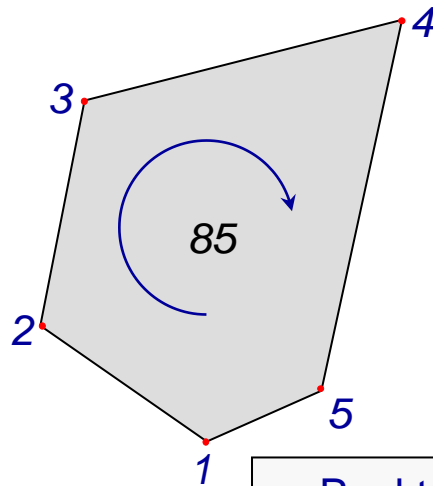
$$= x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_4 - x_4 \cdot y_3 + x_4 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_4$$

$$2F = (x_1 - x_2) \cdot (y_1 + y_2) + (x_2 - x_3) \cdot (y_2 + y_3) + (x_3 - x_4) \cdot (y_3 + y_4) + (x_4 - x_1) \cdot (y_4 + y_1)$$

$$= \cancel{x_1 \cdot y_1} + x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 - \cancel{x_2 \cdot y_2} + \cancel{x_2 \cdot y_2} + x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 - \cancel{x_3 \cdot y_3} + \cancel{x_3 \cdot y_3} + x_3 \cdot y_4 - x_4 \cdot y_3 - \cancel{x_4 \cdot y_4} + \cancel{x_4 \cdot y_4} + x_4 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_4 - \cancel{x_1 \cdot y_1}$$

$$2F = x_1 \cdot (y_2 - y_4) + x_2 \cdot (y_3 - y_1) + x_3 \cdot (y_4 - y_2) + x_4 \cdot (y_1 - y_3)$$

# Flächenberechnung aus Koordinaten



Gegeben:

Punkt	y(m)	x(m)
1	0,00	0,00
2	-17,62	12,53
3	-14,37	34,20
4	17,35	44,54
5	12,57	4,57

Punkt	Formel	Fläche (m <sup>2</sup> )
1	$(x_1 - x_2)(y_1 + y_2)$	220,78
2	$(x_2 - x_3)(y_2 + y_3)$	693,22
3	$(x_3 - x_4)(y_3 + y_4)$	-30,81
4	$(x_4 - x_5)(y_4 + y_5)$	1195,90
5	$(x_5 - x_1)(y_5 + y_1)$	57,44
2F		2136,53
Ergebnis		1068,27